

1- Kareden Kareköke

Verilen bir sayının, hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemi karekök almaktır. Karekök $\sqrt{\quad}$ sembolü ile gösterilir. Bir sayının karekökü hiçbir zaman negatif olamaz.

Misal:

81 sayısı 9'un karesidir. $\sqrt{81} = 9$

144 sayısı 12'nin karesidir. $\sqrt{144} = 12$

Bir pozitif tam sayının karesine eşit olan sayılara tam kare sayılar denir. Tam kare sayıların karekökü tam sayılara eşittir.

Misal:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100,.... sayıları tam kare sayılardır.

$$\begin{aligned}\sqrt{1} &= 1, & \sqrt{4} &= 2, & \sqrt{9} &= 3, & \sqrt{16} &= 4, \\ \sqrt{25} &= 5, & \sqrt{36} &= 6, & \sqrt{49} &= 7, & \sqrt{64} &= 8, & \sqrt{81} &= 9, \\ \sqrt{100} &= 10\end{aligned}$$

Tam kare olmayan sayılar karekökten çıkamazlar. Alanı $a \text{ cm}^2$ olan bir karenin bir kenar uzunluğu \sqrt{a} cm dir.

Misal:

12 sayısı $\sqrt{12}$ 'nin karesine eşittir.

Alanı 40 cm^2 olan bir kenar uzunluğu $\sqrt{40}$ cm dir.

Bir kenar uzunluğu $\sqrt{24}$ cm olan bir karenin alanı 24 cm^2 dir.

Tam kare olmayan sayıların karekökleri iki ardışık tamsayı arasındadır.

Misal:

$\sqrt{9} = 3$ ile $\sqrt{16} = 4$ sayıları arasında $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$ sayıları vardır.

$\sqrt{75}$ sayısı $\sqrt{64} = 8$ ile $\sqrt{81} = 9$ arasındadır.



$9 < 10$ olduğundan $3 < \sqrt{10}$ dur.

$47 < 49$ olduğundan $\sqrt{47} < 7$ dir.

2- Kareköklü Sayılarda Toplama ve Çıkarma

Karekökün içi eşit olan sayılar arasında toplama ve çıkarma işlemi yapılabilir. Karekök içleri aynı ise kat sayılar arasında işlem yapılır ve yine kat sayı olarak yazılır.

$$m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$$

$$m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$$

Misal:

$$\# 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$\# 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$ işlemi karekök içleri eşit olmadığından yapılamaz.

Bir kenar uzunluğu $3\sqrt{6}$ cm olan eşkenar üçgenin çevre uzunluğu $9\sqrt{6}$ cm dir.

Alanı 5 cm^2 olan bir karenin çevresinin uzunluğu $4\sqrt{5}$ cm dir.

3- Kareköklü Sayılarda Çarpma İşlemi

Kareköklü sayıların çarpımında; kök içleri çarpılarak kök içine, kat sayılar çarpılarak kat sayı olarak yazılır.

$$m\sqrt{a} \cdot n\sqrt{b} = (m.n)\sqrt{a.b}$$

Misal:

$$\# 2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{6}$$

$$\# \sqrt{2} \cdot 3\sqrt{5} = 3\sqrt{10}$$

Bir kareköklü sayının karesi alındığında (kendi ile çarpıldığında) karekök içindeki sayı kök dışına çıkmış olur.

Misal:

$$\# \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3$$

$$\# (\sqrt{7})^2 = \sqrt{49} = 7$$

$$\# 3\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} = 9\sqrt{25} = 9 \cdot 5 = 45$$

4- Karekök İçindeki Bir Sayıyı Karekök Dışına Çıkarma

Karekök içindeki sayı asal çarpanlarına ayrıldıktan sonra eğer çarpanlardan biri bir sayı sayısının karesi olabilecek şekilde yazılabiliyorsa bu sayının tabanı kareköke katsayı olarak yazılabilir. Diğer sayılar karekök içinde kalır.

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$$

Misal:

$$\# \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\# -3\sqrt{50} = -3\sqrt{5^2 \cdot 2} = -3 \cdot 5\sqrt{2} = -15\sqrt{2}$$

$$\# \sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

$$\# 5\sqrt{24} = 5\sqrt{3 \cdot 2^3} = 5\sqrt{3 \cdot 2^2 \cdot 2} = 5 \cdot 2\sqrt{3 \cdot 2} = 10\sqrt{6}$$

5- Karekök Dışındaki Bir Sayıyı Karekök İçine Alma

Karekök dışındaki katsayıyı karekök içine alırken o sayının karesi alınır. Elde edilen sayı karekök içindeki sayı ile çarpılır. Karekökün işareti korunur.

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$$

Misal:

$$\# 3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$\# -2\sqrt{5} = -\sqrt{2^2 \cdot 5} = -\sqrt{4 \cdot 5} = -\sqrt{20}$$

$$\# \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{\frac{2^2}{3^2} \cdot 3} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3}{9}} = \sqrt{\frac{4}{3}}$$

6- Kareköklü Sayıları Sıralama

Karekök dışındaki katsayılar karekök içine alınarak sıralama yapılır.

Misal:

$5\sqrt{3}$, $4\sqrt{5}$, $6\sqrt{2}$ sayılarını sıralayalım.

$$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{75}$$

$$4\sqrt{5} = \sqrt{4^2 \cdot 5} = \sqrt{80}$$

$$6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \cdot 2} = \sqrt{72}$$

$$6\sqrt{2} < 5\sqrt{3} < 4\sqrt{5} \text{ olur.}$$

7- Kareköklü Sayılarda Bölme İşlemi

Kareköklü sayılarda bölme işlemi yapılırken kat sayılar katsayılara, kök içleri kök içlerine bölünür.

$p > 0$ olmak üzere

$$\frac{a\sqrt{k}}{b\sqrt{p}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{p}} \text{ dir.}$$

Misal:

$$\# \frac{8\sqrt{6}}{4\sqrt{2}} = \frac{8}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}$$

$$\# \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\# \frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{6}}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{6}}{5\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

$$\# \frac{3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{2}}{6\sqrt{10}} = \frac{12\sqrt{10}}{6\sqrt{10}} = 2$$

8- Ondalıklı Kareköklü Sayılar

Kareköklü içindeki sayı ondalıklı ise sayı rasyonel olarak yazılır ve kökten çıkarılır.

$$\sqrt{0,0a} = \sqrt{\frac{a}{100}} = \frac{\sqrt{a}}{10}$$

Misal:

$$\# \sqrt{0,09} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$\# \sqrt{0,64} = \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$\# \sqrt{1,21} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}} = \frac{11}{10} = 1,1$$

$$\# \sqrt{1,6} = \sqrt{\frac{16}{10}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

9- Paydaki Karekökten Kurtulma

Bir rasyonel ifadenin paydası kareköklü bir sayı ise rasyonel sayının payı ve paydası kareköklü sayı ile çarpılır. Payda karekökten kurtarılır.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

Misal:

$$\# \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\# \sqrt{1,2} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{30}}{10} = \frac{\sqrt{30}}{5}$$

Alıştırılmalar

1) Alanı 80 cm^2 olan bir karenin çevre uzunluğu kaç cm dir?

2) En uzunluğu $2\sqrt{3}$ cm ve boy uzunluğu $5\sqrt{3}$ cm olan bir dikdörtgenin çevre uzunluğu ve alanını bulunuz?

3) $\sqrt{108}$ cm uzunluğundaki bir ipin $\sqrt{75}$ cm lik parçası kesilip atılıyor. Buna göre geriye kalan ipin uzunluğu kaç cm dir?

4) $\sqrt{200}$ sayısı $\sqrt{50}$ sayısının kaç katıdır?

5) $\sqrt{1,96} - \sqrt{0,01}$ işleminin sonucu kaçtır?